

О.О. Чупринін, Н.В. Середа, А.О. Гарбуз

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

## ОЦІНКА ДОВГОВІЧНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Стаття присвячена опису розрахункового методу оцінювання повзучості залізобетонних конструкцій. Розглянуто рівняння, що описують повзучість, їх застосування для анізотропних матеріалів, зокрема залізобетону. Наведена методика проведення розрахунків, що дозволяє визначати напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій при короткочасному та тривалому навантаженні на основі методу скінчених елементів. Розглянуто приклад розрахунку довговічності залізобетонної циліндричної панелі з урахуванням дисипативних деформацій, наведено дані про довговічність.

**Ключові слова:** повзучість, тривала міцність, залізобетонна конструкція, анізотропія, метод скінчених елементів.

### Постановка проблеми

Однією з найбільш важливих задач при конструюванні є забезпечення надійності конструкцій на весь період експлуатації. Двома визначальними факторами надійності є період і умови експлуатації, описувані набором параметрів. При досягненні часом використання конструктивних елементів критичного значення, починається період інтенсивного зносу [1].

При дослідженні залізобетонних конструкцій необхідно враховувати ряд особливостей даного матеріалу. Залізобетон - фізично нелінійний, комплексний, неоднорідний та анізотропний матеріал, що характеризується тріщиностійкістю, особливо при розтягу.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

В даний час лише для невеликої частини нових залізобетонних споруд для аналізу міцності можливе використання лінійних і розрахункових схем що приводяться до них. Для більшої їх частини, що включає тонкостінні просторові конструкції, в яких реалізується складний напружений стан, необхідно використовувати повну постановку задачі, так як найпростіші методики розрахунку, засновані на базових гіпотезах про характер розподілу напружень і деформацій у перетинах, не дають адекватного опису реального об'єкта. Моделі, засновані на теоріях пластичності, не можуть описати особливості деформування [2-3]. Необхідно використання більш загальних методів механіки [4-7], та урахування зміцнення бетону [8]. Незважаючи на успіхи існуючих моделей, такі моделі не розглядають деградацію матеріалу через мікротріщини. Так, існує необхідність

розгляду моделі механіки пошкодження, яка ґрунтується на роботах Качанова і Работнова [2].

Виходячи з цього, сучасні дослідження повзучості ґрунтуються на фундаментальних положеннях механіки і термодинаміки. При цьому дослідні дані реалізуються і в традиційних інтегральних, і в мережевих методах розрахунку [9].

### Формулювання мети статті

В роботі запропоновано поєднання механіки руйнування та пластичної моделі деформування. Для вирішення крайової задачі застосовується метод скінчених елементів (МСЕ) [10] у поєднанні з інтегруванням по часу.

Обраний скінчений елемент (СЕ) здатний забезпечити докладні описи геометрії моделі і граничних умов. Незважаючи на широке поширення універсальних об'ємних СЕ, заради чисельного моделювання тонкостінних конструкцій доцільніше використання спеціальних оболонкових елементів. Це обумовлює вибір конічного СЕ оболонки обертання при довільному навантаженні.

### Викладення основного матеріалу

Термодинамічний аналіз засновано на законах збереження, до них відносяться рівняння збереження маси, кількості руху та енергії. Рівняння рівноваги, відомі в теорії пружності [6] можна інтерпретувати як форму закону збереження імпульсу.

Розглядаючи перший закон термодинаміки і закон збереження енергії можна уявити питому внутрішню енергію  $E$  і кінетичну енергію  $K$  у вигляді:

$$E = \int_V \rho e dv ;$$

$$K = \frac{1}{2} \int_V v \cdot v dv,$$

де  $\rho$  – щільність матеріалу;  
 $v$  – швидкість;  
 $\langle \cdot \rangle$  – скалярний добуток.

Якщо в розглянутій області прибуває тепло  $Q$ , його можна уявити, як тепло, яке генерується в цій області, і яке надходить за рахунок теплопровідності через кордон  $S$ :

$$Q = \int_V r dv + \int_S q \cdot n dS,$$

де  $r$  – інтенсивність внутрішнього теплового виробництва;

$q$  – тепловий потік;

$n$  – зовнішня нормаль до поверхні.

При експлуатації залізобетонних конструкцій в нормальних умовах відсутнє виробництво внутрішнього тепла, не пов'язаного з незворотними деформаціями. Це дозволяє отримати формулу для тепла у вигляді:

$$Q = \int_S q \cdot n dS.$$

Розглянемо роботу зовнішніх сил  $P_{(x)}$ :

$$P_{(x)} = \int_V f \cdot v dv + \int_S T \cdot v dS.$$

Тоді перший закон термодинаміки для розглянутого обсягу  $V$  можна висловити у вигляді:

$$\frac{d(E + K)}{dt} = P_{(x)} + Q.$$

З урахуванням цього закон збереження енергії можна отримати у вигляді:

$$\rho \dot{e} = [\sigma] \dot{\varepsilon}] - \nabla q, \quad (1)$$

де  $e$  – швидкість зміни внутрішньої енергії;  
 $\varepsilon$  – тензор швидкостей деформації;  
 $\nabla$  – оператор Гамільтона.

На додаток до внутрішньої енергії і швидкості нагріву введемо нову змінну – ентропію  $s$ . Ентропія встановлює зв'язок між макро- і мікростанами. Особливість даної характеристики полягає в тому, що вона показує спрямованість процесів. Оскільки ентропія є функцією стану, то вона не залежить від того, як здійснено перехід з одного стану системи в інший, а визначається тільки початковим і кінцевим станами системи. Вона залишається постійною при замкнутих оборотних процесах, тоді як в незворотних її зміна завжди позитивна. Та визначається для розглянутого об'єму, як добуток питомої ентропії  $\mathfrak{s}$  на щільність матеріалу:

$$s = \int_V \rho \mathfrak{s} dv.$$

Другий закон термодинаміки стверджує, що швидкість зміни ентропії завжди більше або дорівнює швидкості нагріву, діленої на температуру:

$$\frac{dS}{dt} \geq - \int_S \frac{q \cdot n}{T} dS.$$

Цей вислів можна представити у вигляді:

$$\int_V \left( \rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \frac{q}{T} \right) dv \geq 0. \quad (2)$$

Таким чином, можна записати фундаментальну нерівність, яка містить перший (1) і другий (2) закони термодинаміки:

$$\rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \frac{q}{T} - \frac{1}{T} \left( \frac{de}{dt} - [\sigma] \dot{\varepsilon}] + \nabla q \right) \geq 0. \quad (3)$$

Введення нової змінної питомої вільної енергії  $\Psi$  дозволяє отримати наступну нерівність в координатній формі:

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} - \rho (\Psi + sT) - \frac{\partial q}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{1}{T} \geq 0. \quad (4)$$

де  $\sigma_{ij}$  – компоненти напруженого стану;

$\varepsilon_{ij}$  – компоненти швидкостей деформації;

$x_i$  – просторові координати.

Для ортотропних матеріалів, до яких можна віднести і залізобетон, використовуючи усереднення властивостей середовища в об'ємі матеріалу, отримаємо рівняння стану, які відповідають закону збереження енергії та законам термодинаміки [9]. Передбачається, що головні напрямки анізотропії, які залежать від армування залізобетонної конструкції, не змінюються при деформації до руйнування.

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\varepsilon}}^c &= \frac{\underline{D}}{\sigma_{\text{экв } c}} \left( \underline{a} + \frac{1}{J_3^{c*}(\sigma)} \underline{b} \cdot \underline{\sigma} \right); \\ \underline{\dot{\omega}} &= \frac{\eta}{\sigma_{\text{экв } \omega}} \left( \underline{g} + \frac{1}{J_3^{\omega*}(\sigma)} \underline{d} \cdot \underline{\sigma} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\underline{\dot{\varepsilon}}^c$  – вектор швидкостей деформацій повзучості;  $\underline{\sigma}$  – вектор компонент тензора напружень;

$\underline{a} = (a_{11}, a_{22}, a_{12})$ ,  $\underline{b} = \begin{vmatrix} b_{111} & b_{112} & 0 \\ b_{221} & b_{222} & 0 \\ 0 & 0 & b_{1212} \end{vmatrix}$  – век-

тор і матриця матеріальних постійних властивостей повзучості;  $\underline{D} = \underline{\sigma}^T \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^c$  – питома потужність дисипації пошкоджувальності;  $\underline{\dot{\omega}}^c$  – вектор швидкостей

компонент пошкоджувальності;  $\eta = \underline{\sigma}^T \cdot \underline{\dot{\omega}}$  – питома потужність дисипації пошкоджувальності;

$\underline{g} = (g_{11}, g_{22}, g_{12})$ ,  $\underline{d} = \begin{vmatrix} d_{111} & d_{112} & 0 \\ d_{221} & d_{222} & 0 \\ 0 & 0 & d_{1212} \end{vmatrix}$  – век-

тор і матриця матеріальних постійних властивостей пошкоджуваності.

З урахуванням практики армування тонкостінних конструкцій, осі анізотропії в точці тіла збігаються з координатними осями, введеними для середньої поверхні (три взаємоперпендикулярні осі. У цьому випадку, представляючи потенціали дисипації у вигляді степеневих функцій, рівняння стану при повзучості з урахуванням пошкоджуваності можна представити у вигляді [11]:

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}^c &= \frac{\sigma_{\text{экс}}^{N-1}}{(1-\eta)^N} [B] \underline{\sigma}; \quad \underline{\omega} = \frac{\sigma_{\text{экс}}^{k-2}}{(1-\eta)^{k+s-1}} [D] \underline{\sigma}; \\ \eta &= d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{\text{экс}}^k}{(1-\eta)^{k+s}}; \quad \eta(0) = 0, \quad \eta(t^*) = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Об'ємна деформація  $\varepsilon^V$  при тривалому деформування бетону виражається в його усадці. [9, 12].

### Приклад розрахунку

Розглянемо тонкостінну циліндричну панель, геометрію якої можна змодельовувати у вигляді відкритої оболонки (рис. 1). Оболонка, розбита на кінцеві елементи – 20 по довжині і 20 по колу. Аналіз наведеної панелі проведено відповідно до наведеної вище моделі, яка реалізована в скінченноелементній постановці [10]. Панель квадратна в плані з розмірами  $\ell = 10$  м і  $b = 10$  м, виготовлена з армованого бетону В 40. Механічні характеристики: модуль пружності  $E = 3.6 \cdot 10^4$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.16$ , масова щільність  $\rho = 1.9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Панель жорстко зашкреплена по опертим краях і вільна від закріплення на торцях і деформується під дією власної ваги і корисного навантаження в половину її ваги.

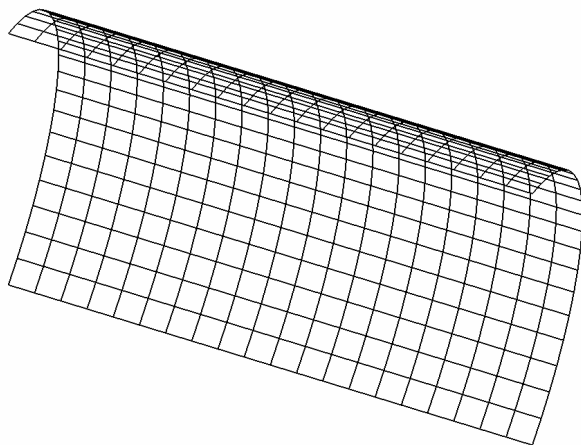


Рис. 1. Скінченноелементна модель

В таблиці 1 наведено узагальнені результати досліджень. Тут показано відповідність відносної товщини панелі  $\bar{h} = f/b$  і раціональної стріли підйому  $\bar{f}$ , яка відповідає найбільшій довговічності конструкції.

Таблиця 1

Раціональна стріла підйому панелі

$\bar{h}$	1/20	1/25	1/33	1/50
$\bar{f}$	0.274	0.280	0.285	0.293

### Висновки

Запропонована скінченноелементна модель побудована на сучасних теоріях механіки твердого тіла і дозволяє аналізувати напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій. Рівняння стану відображають анізотропію властивостей матеріалу і враховують пошкоджуваність, що дає можливість проводити достовірну оцінку міцності, жорсткості і довговічності тонкостінних залізобетонних конструкцій.

### Література

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). Mechanics of solid materials. Cambridge University Press, 556 p.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics* 2014, Vol. 23(2), 155–177.
3. Bari, M. S. (2000). Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes.” *Journal of the Institution of Engineers*, V. 80, No. 4, P. 163-168.
4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). In: *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wroclaw, 71-145.
5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions* 41, 395-417.
6. Шутенко, Л.Н. Основы теории упругости и пластичности. Учебное пособие для студентов строительных специальностей [Текст] / Л.Н. Шутенко, Н.А. Засядько, А.А. Чупрынин. – Харьков: ХНАГХ, 2007. – 135 с.
7. Шпачук, В. П. Влияние механических и конструктивных параметров стержня с гасителем на собственные частоты поперечных колебаний [Текст] / В. П. Шпачук, А. И. Рубаненко, Ю. И. Ващенко // *Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура: наук.–техн. зб.* – Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2017. – № 134. – С. 2-7.
8. Берг, О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона [Текст] / О. Я. Берг. - М.: Госстройиздат, 1961. – 96 с.
9. Чупрынин, А. А. Ползучесть и долговечность железобетонных элементов конструкций [Текст] / А. А. Чупрынин, Н. В. Середа // *Комунальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура.* – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – № 135. – С. 2-6.
10. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст] : Пер. с англ. - М.: Мир, 1975. – 238 с.
11. Бреславский, Д. В. Анизотропия ползучести и повреждаемости элементов конструкций при циклическом нагружении [Текст] / Д. В. Бреславский, В. А. Метелев, О. К. Морачковский // *Проблемы прочности.* - 2015. - №2. - С. 21-29.
12. Котов, Д. С. Деформации усадки бетона, модифицированного химическими и тонкодисперсными минераль-

ными наполнителями [Текст] / Д. С. Котов // Инженерно-строительный журнал, № 7, 2009. С. 11-21.

### References

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press, 556 p.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics* 2014, Vol. 23(2), 155–177.
3. Bari, M. S. (2000). Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes.” *Journal of the Institution of Engineers*, V. 80, No. 4, P. 163-168.
4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). In: *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wroclaw, 71-145.
5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions* 41, 395-417.
6. Shutenko, L.N., Zasyadko, N.A. & Chuprynin, A.A. (2007). *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity*. Textbook for students of construction specialties. Kharkiv, Ukraine: O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv. 135 p.
7. Shpachuk, V. P., Rubanenko, A. I. & Vashchenko, Yu. I. (2017). Influence of mechanical and structural parameters of the rod with a damper on the natural frequencies of transverse vibrations / *Municipal economy of cities. Series: Technical Sciences and architecture*. Kharkiv, Ukraine:134, 2-7.
8. Berg, O.Y. (1961). *Physical foundations of the strength theory of concrete and reinforced concrete*. Moscow, Russia: Gosstroyizdat, 96.
9. Chuprynin, A. A. & Sereda, N. V. (2017). The creep and durability of reinforced concrete structural elements / *Municipal economy of cities. Series: Technical Sciences and architecture*. Kharkiv, Ukraine:135, 2-6.
10. Zenkevitch, O. (1975). *Finite element method in engineering*. Moscow, Russia: Mir, 238.
11. Breslavsky, D.V, Metelev, V. A. & Morachkovsky, O. K. (2015). Anisotropy creep and damage of structural elements under cyclic loading / *Strength problems*: №2, 21-29.
12. Kotov, D.S. (2009). Shrinkage deformations of concrete modified with chemical and fine mineral fillers / *Civil engineering journal*: № 7, 11-21.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В. П. Шпачук, Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова, Харків, Україна.

**Автор:** ЧУПРИНІН Олександр Олексійович  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова  
E-mail – sasha.chupr@gmail.com  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8757-559X>

**Автор:** СЕРЕДА Наталя Василівна  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова  
E-mail – natalisereda3@gmail.com  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9727-5531>

**Автор:** ГАРБУЗ Алла Олегівна  
кандидат технічних наук, доцент  
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова  
E-mail – alla.garbuz92@gmail.com  
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3795-3142>

## EVALUATION OF DURABILITY OF REINFORCED CONCRETE THIN-WALLED STRUCTURES WITH TAKING INTO ACCOUNT DISSIPATIVE DEFORMATION

A. Chuprynin, N. Sereda, A. Harbuz

O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

*One of the main tasks, which is solved at the design stage of the reinforced concrete element, is the analysis of the stress-strain state, as well as the determination of the service life. The article is devoted to modeling of nonlinear creep of reinforced concrete structural elements taking into account damages. The high priority of the research topic is substantiated, the purpose and objectives are formulated.*

*A combination of a plastic model with fracture mechanics is proposed to simulate the behavior of concrete in accordance with its characteristics, including not only stress and deformation, but also the degradation of its stiffness. The resulting equations of state correspond to the law of conservation of energy and thermodynamic relations. The finite element method is used to solve the boundary value problem. For the sake of numerical modeling of thin-walled structures, the use of special shell elements is proposed. The mathematical formulation of the problem of creep of reinforced concrete structural elements taking into account anisotropy of material properties and dissipative deformations is presented. Creep problems of thin-walled structural elements were solved with the help of developed software.*

*Analyzed the deformation of reinforced concrete panel of cylinder. The analysis of the results allows us to judge the effectiveness of the proposed model as a whole. The equation of state reflects the anisotropy of the material properties and takes into account the damage, which allows for a reliable assessment of the strength, stiffness and durability of reinforced concrete structures.*

*Conclusions about the adequacy of the analysis of reliability and durability of reinforced concrete structures.*

**Keywords:** creep, long-term strength, reinforced construction, anisotropy, finite element method.